

一、项目名称：不可压缩流动高效数值方法研究

二、项目简介：

该项目属计算数学与计算流体动力学的交叉学科领域。

粘性不可压缩 Navier-Stokes 方程组（简称 N-S 方程组）是典型非线性方程组，描述了粘性不可压缩流体运动的最一般规律，适用于大气运动、海洋流动、轴承润滑、透平机械内部流动等领域，在工程应用和非线性科学研究方面具有广泛的应用背景和重要的科学意义。由于人们对 N-S 方程组的非线性现象和解的本质特性认识有限，这导致数值模拟成为十分重要的研究手段。但数值求解 N-S 方程组面临三大困难，即如何处理 $(u \cdot \nabla)u$ 项带来的强非线性、长时间区间 $[0, T]$ 的积分以及不可压缩约束条件 $\text{div} u = 0$ 的问题。该项目历时近 10 年，围绕这三大困难，提出了求解 N-S 方程组的高效数值方法，建立了数值方法的数学理论，取得了一系列具有重要科学意义和国际影响力的原创性成果。主要发现点如下：

1. 提出了求解非定常 N-S 方程组的全离散时空多水平有限元方法，建立了数值解的存在性、唯一性、几乎无条件稳定和最优收敛阶等数学理论，对于多水平时空网格尺度的优化选取提供了可靠的理论依据，克服了强非线性困难。国际著名数学家、法国科学院院士 Temam 教授等在引文[2]中指出：He 等人提出的全离散时空多水平有限元方法，具有好的稳定性和节省计算时间的优点，目前已被成功应用于求解非定常 N-S 方程组。

2. 揭示了求解非定常 N-S 方程组的高效隐式/显式全离散有限元方法的 CFL 条件与初值光滑度的内在联系，发现了在初值满足 H^2 光滑度条件下该方法是几乎无条件稳定和收敛的本质特性，突破了以往人们普遍认为时间步长必然依赖于网格尺度的传统认识误区，对于大时间步长的优化选取提供了可靠的理论依据，克服了长时间区间积分的困难。美国三院院士 Hughes 教授在引文[5]中指出：He 等人建立了高效快速隐式/显式全离散方法的几乎无条件稳定和收敛的数学理论，克服了显式格式对时间步长苛刻的约束条件，而且也避免了求解非线性问题的困难。

3. 提出了简单高效求解 N-S 方程组的低等阶元局部高斯积分稳定化有限元和有限体积元数值方法，建立了其方法的适定性和最优阶收敛数学理论；丰富了用低等阶元稳定化方法求解定常 N-S 方程组非奇异解束问题的数学理论，克服了不可压缩约束条件的困难。

欧洲科学院院士 Alfio Quarteroni 教授等在引文[8]中指出：Li 等提出一种典型的有限体积元方法，推进了有限体积元方法的发展。

8 篇代表作中 3 篇入选 ESI，发表于 SIAM J. Numer. Anal., Math. Comp. 及 Adv. Comput. Math. 等国际知名期刊，被 SCI 他引 387 次，得到包括 6 位院士 Quarteroni、Temam、Hughes、Oden、Glowinski、袁锦昀在内的同行专家的高度评价，研究成果曾获 2016 年陕西省科学技术一等奖。

三、客观评价：

8 篇代表作中有 3 篇入选 ESI，发表于 SIAM J. Numer. Anal., Math. Comp. 及 Adv. Comput. Math. 等国际知名期刊，被 SCI 他引 387 次，得到 6 位院士 Quarteroni、Temam、Hughes、Oden、Glowinski、袁锦昀及同行专家的高度评价，提出的新方法和高效方法的新理论被广泛应用于求解其它复杂流体动力学当中，产生了广泛的学术影响，研究成果曾获 2016 年陕西省科学技术一等奖。

发现点 1 的评价：提出时空多水平有限元方法被成功应用于求解 N-S 方程组。

1. 国际著名数学家、法国科学院院士 Temam 教授等在引文[2]中对该发现点给出 16 次点名和大篇幅的引用，并指出：He 等提出的求解 2 维 N-S 方程组的新多水平方法是多尺度方法，即在粗网格求解非线性系统，在以后的逐次加密网格上依据前一水平解求解线性化系统；多水平方法具有好的稳定性和节省计算时间的优点，已被成功应用于求解非定常 N-S 方程组。
2. 佛罗里达国际大学 Medjo 在文章[SIAM J. Numer. Anal., 2007]中指出，根据海洋原始方程和二维 N-S 方程的相似性，受到小涡校正方法和非线性 Galerkin 方法(代表作[1, 2]提出的多水平有限元方法)关于二维 N-S 方程组研究结果的启发和鼓舞，作者研究了海洋原始方程的小涡校正方法。
3. 西班牙巴利亚利德大学 de Frutos 教授等在文章[SIAM J. Numer. Anal., 2008]中指出：代表作[1, 2]提出的多水平方法是一种解耦方法，即在粗网格上初始逼近解可以独立解出来，然后在细网格通过求解线性问题进行后处理，得到和在细网格上求解非线性问题等效的数值解。
4. 美国匹兹堡大学 Layton 等教授在引文[1]中指出：He 在代表作[1]中使用具有时间二阶精度的 Baker 外推 Crank-Nicolson 的时间离散方法构造了求解 N-S 方程组的两水平方法，并证明了该方法是无条件稳定的。

发现点 2 的评价：提出的隐式/显式方法克服了求解大时间区间积分的困难，并给出了该方法几乎无条件稳定和收敛的理论证明。

1. 美国三院院士，德克萨斯大学-奥斯汀分校 Hughes 教授(Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 的主编)等在引文[5]中指出：对于含有四阶导数项的 Cahn-Hilliard 方程的数值求解，代表作[5]提出了隐式/显式格式，即对四阶线性项进行隐式离散，对低阶

的非线性项进行显式离散。这种技术和显式格式相比，允许大时间步长的选取，并且也避免了求解非线性问题的困难。

2. 法国科学院和欧洲科学院院士 Glowinski 等在文章[J. Comput. Phys., 2011]中指出：在求解 Cahn-Hilliard 方程时如何构造稳定的能量递减的数值格式受到众多学者的关注。由 Eyre 在 1998 年提出的把总能量分裂为收缩和膨胀两部分的凸分裂想法导致一个无条件梯度稳定和唯一可解的一步格式，其中这种格式的稳定性与收敛性由 He 等(见代表作[5])利用能量法给出了证明。
3. 美国工程院院士，德克萨斯大学-奥斯汀分校 Oden 教授(Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 的主编)，在文章[Numer. Methods Partial Differential Equations, 2011]中指出：由 He 等在代表作[5]发展的一种半隐大时间步长方法是当前研究 Cahn-Hilliard 方程求解的热点领域。
4. 巴西科学院院士袁锦昀教授等在引文[3]中引用代表作[1, 3, 5]，并特别指出：He 首次在代表作[3]中给出了求解 Navier-Stokes 方程的一阶 Euler 隐式/显式格式数值解的误差估计。另 He 等在代表作[5]中首次提出求解 Cahn-Hilliard 方程大时间步长方法，即通过在求解 Cahn-Hilliard 方程的隐式/显式数值格式中加一个带有一个合适参数的稳定化小项，使得计算过程中时间步长可以取得大一些。
5. 埃朗根-纽伦堡大学 Brenner 教授等在文章[IMA J. Numer. Anal., 2014]中将 He 关于求解 Navier-Stokes 方程的一阶 Euler 隐式/显式格式的误差估计结果作为一个标准然后展开比较(代表作[3])。麻省大学达特茅斯分校 Gottlieb 教授也在文章[SIAM J. Numer. Anal., 2012]中指出：He 在代表作[3]中给出了 Navier-Stokes 方程的一阶 Euler 隐式/显式格式解的误差估计结果是标准的。
6. 西班牙巴利亚利德大学 de Frutos 等教授在发表文章[SIAM J. Numer. Anal., 2008]中引用代表作[1, 2, 4]，特别指出对于 2 维 N-S 方程组的全离散 Crank-Nicolson/Adams-Bashforth 隐式/显式格式解的 L^2 和 H^1 收敛阶是由 He 等在代表作[4]首先给出证明的。
7. 新加坡国立大学包维柱教授等在文章[Acta Mater., 2012]中指出：He 等在代表作[5]设计求解 Cahn-Hilliard 方程的一阶格式时给方程加上稳定化的拉普拉斯项改进了格式的稳定性以便求解时可以使用大时间步长。
8. 中国科学院卢本卓教授等在文章[J. Comput. Phys., 2010]中指出：他们在求解 Poisson-Nernst-Planck 方程组时用的大时间积分方法的收敛阶是与 He 等在代表作[4]中关于 N-S 方程的 Crank-Nicolson/Adams-Bashforth 格式(几乎无条件稳定和收敛的)解的收敛阶是一致的。

发现点 3 的评价：提出的局部高斯稳定化方法推进了有限体积元方法的发展。

1. 欧洲科学院院士 Alfio Quarteroni 教授等在引文[8]中指出：Li 等在代表作[8]中提出一种典型的有限体积元方法，被看作是一种特殊的 Petrov-Galerkin 方法，推进了有限体积元方法的发展。
2. 韩国首尔大学资深教授 Dongwoo Sheen 等在引文[6]指出 Li 和 He 在代表作[6]中利用了一种质量矩阵和一点型次积分质量矩阵差

作为稳定项，是一种多项式-压力投影类型的稳定方法。

3. 英国 Strathclyde 大学 Barrenechea 教授等在引文[7]指出 He 和 Li 代表作[7]中的方法为 LPPS（局部多项式压力稳定化）方法，以求解 Oseen 方程组为例，把 LPPS 方法作为经典标准，验证了他们提出的 LPS（局部投影稳定化）及 RELP（残余局部投影）方法的有效性。
4. 法国波城大学的 Becker 教授等在文章[Communications in Numerical Methods in Engineering, 2008]中指出 Li 等在代表作[6]用 P^1 或 Q^1 元插值构造了一种简单的稳定化方法，类同于一种多项式压力投影的稳定化方法。

四、代表性论文专著目录（不超过 8 篇）

序号	论文专著 名称/刊名/作者	影响因子	年卷页码	发表时间	通讯作者	第一作者	国内作者
1	Two-level method based on FE and C-N extrapolation time-dependent NSEs/SIAM J. Numer. Anal. /He, YN	1.978	41(2003): 1263-1285	2003/08/22	He, YN	He, YN	何银年
2	A multilevel FEM in space-time for the Navier-Stokes problem/Numer. Methods for PDEs /He, YN; Liu, KM	1.079	21(2005): 1052-1078	2005/11/01	He, YN	He, YN	何银年 Liu, KM
3	The Euler implicit/explicit scheme for the 2D time-dependent NSEs with smooth initial data/Math. Comp. /He, YN	1.569	77(2008): 2097-2124	2008/05/08	He, YN	He, YN	何银年

4	Stability and convergence of the C-N/AB scheme for time-dependent NSEs/ SIAM J. Numer. Anal. / He, YN; Sun, WW	1.978	45(2007): 837-869	2007/04/27	He, YN	He, YN	何银年 孙伟伟
5	On large time-stepping methods for the C-H equation/Apl. Numer. Math. /He, YN; Liu, YX; Tang, T	1.087	57(2007): 616-628 (ESI)	2007/05/01	Tang, T	He, YN	何银年 刘蕴贤 汤涛
6	A stabilized finite element method based on two local Gauss integrations for the Stokes equations/J. Comput. Appl. Math. /Li, J; He, YN He, YN	1.357	214(2008): 58-65 (ESI)	2008/04/15	He, YN	Li, J	李剑 何银年
7	A stabilized FEM on local polynomial pressure projection for stationary NSEs/ Apl. Numer. Math. /He, YN; Li, J	1.087	58(2008): 1503-1514 (ESI)	2008/10/01	Li, J	He, YN	何银年 李剑
8	A new stabilized FVM for stationary Stokes equations/Adv. Comp. Math. /Li, J; Chen, ZX	1.316	30(2009): 141-152	2009/02/01	Chen, ZX	Li, J	李剑 陈掌星

五、主要完成人情况表

姓 名	何银年	排 名	1
行政职务	无	技术职称	教授
工作单位	西安交通大学	完成单位	西安交通大学
<p>对本项目技术创造性贡献：</p> <p>本项目学术带头人，总的学术思想和理论体系的设计者，发现点 1 和发现点 2 的提出者和主要完成者，论著[1-5, 7]的第一作者,论著[6]的第二作者，发现点 3 的主要贡献者。</p>			
姓 名	李剑	排 名	2
行政职务	院长	技术职称	教授
工作单位	宝鸡文理学院	完成单位	宝鸡文理学院
<p>对本项目技术创造性贡献：</p> <p>本项目的学术带头人，发现点 3 的提出者和完成者，论著[1, 3]的第一作者，论著[2]的通讯作者。</p>			

六、完成人合作关系说明

李剑自 2001 年 9 月起在西安交通大学数学与统计学院读硕士，硕士毕业继续攻读博士学位，2007 年 12 月毕业，在读硕士和博士期间，导师均为何银年教授。李剑博士毕业后在宝鸡文理学院工作，与何银年教授继续合作相关论文。合作的项目：不可压缩流动高效数值方法研究及应用，于 2016 年获陕西省科学技术一等奖。

七、知情同意证明：

December 21, 2017

Dear Sir/Madam,

I am writing this letter to show my agreement on Prof. Yinnian He's application for the 2018 National Science Award in China by using our coauthored papers of which I am the corresponding author.

Prof. He worked very hard and developed many innovative ideas during the cooperative work. The fruits can be seen in our papers. As he is the largest contributor in our cooperating works, I agree to Prof. He's application for the 2018 National Science Award in China and there is no dispute on the intellectual property of these publications.

If you have any further questions, I will glad to answer to you.

Yours sincerely,

Tao Tang



December 21, 2017

Dear Sir/Madam,

I am writing this letter to show my agreement on Dr.Jian Li's application for the 2018 National Science Award in China by using our coauthored papers of which I am the corresponding author.

Dr. Jian Li worked very hard and developed many innovative ideas during the cooperative work. The fruits can be seen in our papers. As he is the largest contributor in our cooperating works, I agree to Prof. Jian Li's application for the 2018 National Science Award in China.

If you have any further questions, I will glad to answer you.

Sincerely yours,

Zhangxing (John) Chen, Ph.D.

Director, iCentre for Simulation & Visualization

